

Les nombres décimaux sont si communs de nos jours qu'on ignore parfois qu'ils sont le fruit d'une longue épopée à travers l'histoire de l'humanité. Retour sur l'origine des nombres.

L'o-dix-ée vers l'ouest

Jérôme Fortier
Université McGill

Dix doigts ne suffisent pas

L'évolution a conféré dix doigts à l'espèce humaine, ainsi que la faculté de s'en servir pour compter, c'est à dire de représenter une petite quantité d'objets et d'effectuer naturellement des opérations simples comme des comparaisons et des additions.

Au néolithique, les sociétés s'organisent autour de l'agriculture et du commerce, et la complexité des problèmes mathématiques (comme tenir un inventaire, mesurer la taille d'un champ ou établir la valeur d'une marchandise) dépasse vite la capacité de nos dix doigts. Il faut donc développer des outils pour pouvoir compter plus loin.

L'écriture, apparue indépendamment dans plusieurs civilisations à cette étape de leur développement, s'impose comme un outil idéal pour représenter de grands nombres et effectuer des calculs complexes.

Si un doigt représente seulement une unité, alors les doigts nous limitent à compter jusqu'à dix¹. Mais si on se représente le tout comme une *dizaine*, qu'on dénote par un nouveau symbole, on peut compter ces dizaines avec nos doigts et ainsi de suite.

Cette idée de regroupement se retrouve, d'une façon ou d'une autre, dans tous les systèmes d'écriture numérique connus de l'histoire ancienne. On la retrouve gravée dans la pierre de temples égyptiens vieux de deux à cinq millénaires, sous forme de *hiéroglyphes*. Par exemple le nombre 2026 s'y écrit



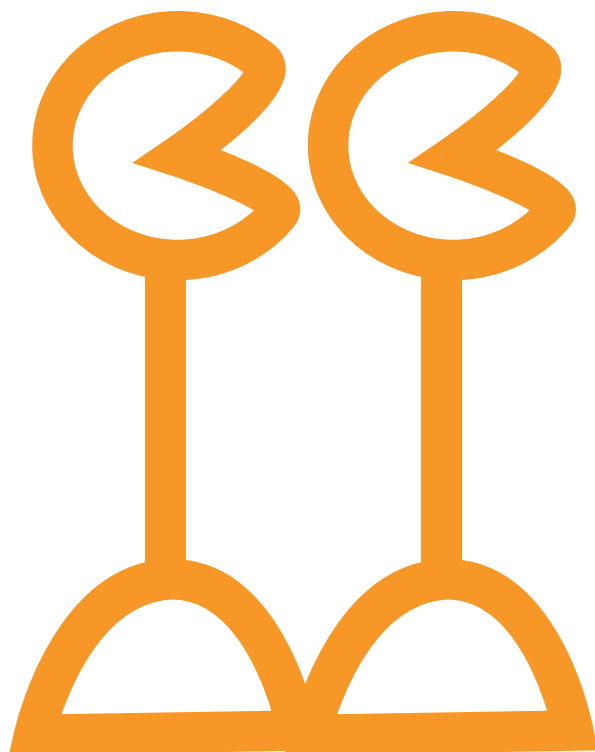
1. L'utilisation des dix doigts comme base pour représenter les nombres est assez commune dans l'humanité, pas universelle : certaines sociétés se sont basées sur d'autres quantités. Voir En savoir plus dans Number Words and Number Symbols, A Cultural History of Numbers. pour un portrait global.

I	L'unité est représentée par le bâton.
∩	La dizaine par l'anse de panier.
ρ	La centaine par le rouleau de papyrus.
⌋	Le millier par la fleur de lotus.
☞	Dix mille par le doigt désignant les étoiles.
𐦧	Cent mille par le têtard.
𐦨	Le million par un dieu agenouillé soutenant le monde.

Tableau 1

Hiéroglyphes égyptiens, dès 2650 av. J-C.

Les limites d'un système basé uniquement sur la notion de regroupement s'imposent vite : les nombres peuvent être très longs à lire et à écrire, et puisqu'il faut inventer un nouveau symbole pour chaque nouvelle puissance de dix, on ne peut pas gérer de très grands nombres. La solution à ce problème, soit le système décimal *positionnel*, trouve ses véritables origines beaucoup plus à l'est.



Au pays du soleil levant

En Chine, les plus anciennes traces d'écriture sont gravées sur des morceaux d'os ou d'écailles de tortue (l'écriture *ossécaille*). On y retrouve notamment les chiffres de 1 à 9, qu'on peut combiner à d'autres symboles pour représenter les dizaines, centaines, etc. Par exemple, le nombre 356 s'écrit 𠄎 𠄎 𠄎.

1	—	7	⊥
2	=	8	) (
3	≡	9	⌋
4	≡	10	
5	⊗	100	⊗
6	⌋	1000	⌋

Tableau 2

Écriture ossécaille. Chine, dynastie Shang (1570 à 1046 av. J.-C.)

Vers le cinquième siècle av. J.-C., les mathématiciens chinois avaient développé des méthodes de calcul avec de petites baguettes disposées en rangées et en colonnes sur une surface (des tableaux de calcul). Comme il n'était pas possible, dans ce contexte, d'introduire un nouveau symbole pour chaque nouvelle puissance de dix, ils utilisèrent plutôt les colonnes du tableau pour cela, en alternant entre deux séries de dispositions de baguettes pour représenter les chiffres de 1 à 9.

	Unités, centaines	Dizaines, milliers
1	—	
2	=	
3	≡	
4	≡	
5	≡	
6	⊥	⊥
7	⊥	⊥
8	⊥	⊥
9	⊥	⊥

Tableau 3 – Des baguettes chinoises

Par exemple, le nombre 27 603 s'écrit = ⊥ ⊥ ≡: (notons l'espace vide pour représenter le zéro). Ainsi, on pouvait, d'un tour de baguettes, effectuer rapidement des calculs complexes, allant des simples additions et soustractions aux racines carrées et cubiques.

Vers l'an zéro de notre ère, on utilisait même des baguettes de différentes couleurs pour dénoter les nombres négatifs. Le concept de nombre négatif était complètement absent des mathématiques occidentales à ce moment-là.

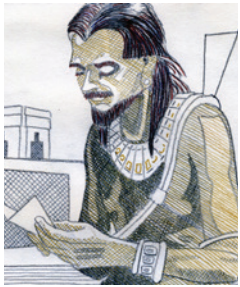
L'innovation indienne

Au tournant du VII^e siècle, les Indiens délaissèrent tous les symboles utilisés jusque là pour écrire les nombres, à l'exception des chiffres de 1 à 9, et adoptèrent ainsi le système décimal positionnel à l'écrit. Certains historiens expliquent ce changement par l'influence des Chinois, avec qui les Indiens marchandaient.

On attribue au mathématicien indien Brahmagupta l'invention du nombre zéro, à l'équilibre entre les entiers positifs (avoirs) et négatifs (dettes). On trouve d'ailleurs, dans un temple près de Gwalior en Inde centrale, l'un des premiers usages d'un point au lieu de l'espace vide pour représenter le zéro. Ce point devint graduellement un cercle avec l'évolution de l'écriture.

	Brahmi III ^e siècle av. J.C.	Temple de Gwalior IX ^e siècle	Sanskrit-Devanagari dès le XI ^e siècle
0		.	०
1	—	𑀓	१
2	=	𑀔	२
3	≡	𑀕	३
4	⊥	𑀖	४
5	⊥	𑀗	५
6	⊥	𑀘	६
7	⊥	𑀙	७
8	⊥	𑀚	८
9	⊥	𑀛	९

Tableau 4 – Évolution des chiffres indiens



Brahmagupta 598-668



Al-Khwarizmi
783-850

La conquête arabe

Du VII^e au VIII^e siècle, l'empire arabo-musulman est en pleine expansion, et s'étendra, à son apogée, du Portugal jusqu'en Inde (Voir carte en bas de page).

À Bagdad, la capitale impériale, le calife fit construire la *Maison de la Sagesse*, une bibliothèque où étaient rassemblés les plus grands savants et des documents des quatre coins de l'empire. Le savant d'origine perse, al-Khwarizmi², y traduisit les travaux de mathématiciens indiens dans la langue et la calligraphie arabe. Il propagea ainsi l'usage du système décimal positionnel à tout l'empire.

	Arabe orientale depuis le IX ^e siècle	Arabe occidentale Ghubarie vers le X ^e siècle
0	•	0
1	١	1
2	٢	2
3	٣	3
4	٤	4
5	٥	5
6	٦	6
7	٧	7
8	٨	8
9	٩	9

Tableau 5 – Les chiffres arabes

2. Voir dans En savoir plus sur les travaux d'al-Khwarizmi.



Figure 1 – L'empire arabo-musulman

D'autres savants traduisirent les travaux des géomètres de l'ancienne civilisation grecque en langue arabe, et ce mélange d'idées et de cultures harmonisa la science mathématique en un tout cohérent. Mais ils ne se contentèrent pas de traduire les mathématiques : ils les poussèrent plus loin. Par exemple, le mathématicien al-Samaw'al [1125-1174] appliqua, au système décimal, les méthodes de Diophante d'Alexandrie [III^e siècle] pour développer l'arithmétique des *nombre*s à virgule à un degré arbitraire de précision. Le système décimal n'était donc plus seulement utile pour représenter les nombres entiers, mais bien n'importe quelle quantité réelle.

L'entrée en Europe

Les croisades opposèrent les armées musulmanes et chrétiennes pendant des siècles au moyen âge. Ces dernières réussirent à arracher l'Espagne aux musulmans et, avec elle, certains fragments de connaissance mathématique. Gerbert d'Aurillac³ se servit des chiffres de 1 à 9 pour concevoir des abaquas. Le zéro, qui n'a aucun équivalent dans les chiffres romains, prit plus de temps à s'imposer chez les intellectuels de l'époque.

C'est un fils de marchand, Fibonacci⁴, qui en établit l'usage, deux siècles plus tard. Ce dernier avait reçu une éducation mathématique dans le monde arabe au cours des voyages de son père, et publia un traité de mathématiques, *Liber Abaci*⁵, où le système décimal était appliqué à résoudre une panoplie de problèmes concrets.

Au XV^e siècle, avec l'avènement de la presse de Gutenberg, l'écriture même des dix chiffres s'est cristallisée pour devenir la norme.

Gerbert XI ^e siècle	Fibonacci XIII ^e siècle	Gutenberg XV ^e siècle
	○	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

Tableau 6 – Les chiffres européens

Cap vers le nouveau monde

Comme beaucoup d'autres éléments de la culture européenne, l'imposition du système décimal en Amérique s'est faite par la force de la colonisation, et souvent au détriment de la culture locale.

Par exemple, les conquistadors espagnols, lorsqu'ils envahirent l'actuel Mexique, balayèrent du même coup le fait que les Mayas, qui y vivaient avant eux, utilisaient eux-mêmes un système positionnel, basé sur le nombre vingt plutôt que dix, et incluant le zéro. C'est un héritage que l'on redécouvre à peine, depuis moins d'un siècle.

Ainsi, même un élément de notre quotidien aussi banal que les chiffres porte en lui toute l'histoire de l'humanité.



Gerbert d'Aurillac
940-1003



Fibonacci
vers 1175-1250

Autres écritures positionnelles

Dans l'écriture babylonienne, la valeur d'un paquet dépend de deux choses : le nombre de fois que les symboles 𐎶 pour 1 et 𐎵 pour 10 sont répétés dans le paquet et la puissance de 60 correspondant à la position du paquet dans le nombre. Chaque paquet a donc une valeur interne et une valeur de position. Ainsi, pour représenter le nombre 46 084 = 12 x 60² + 48 x 60 + 4, on écrit 𐎶𐎶 𐎵𐎵𐎶𐎶𐎵 𐎶.

En écriture maya, les symboles sont 0 pour le zéro • pour le 1 et 𐐃 pour le 5. Les nombres sont écrits par paquets superposés selon leur puissance de 20. Ainsi, pour écrire 7 613 = 19 x 20² + 0 x 20¹ + 13 x 20⁰, on a

$$19 \times 20^2 = 19 \times 400 = 7600 \quad \text{𐐃𐐃𐐃}$$

$$0 \times 20^1 = 0 \quad \text{0}$$

$$13 \times 20^0 = 13 \times 1 = 13 \quad \text{•••𐐃}$$

3. Gerbert d'Aurillac est devenu le pape Sylvestre II, l'unique pape mathématicien.

4. Léonard de Pise, de son vrai nom.

5. C'est aussi dans ce traité de 1202 qu'on retrouve la célèbre suite de Fibonacci : 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34...