

# Le vote par téléphone

## Rubrique des Paradoxes

Jean-Paul Delahaye  
Université de Lille

Cinq personnes, dans cinq pays différents, doivent voter pour ou contre une certaine motion. Il leur est impossible de se déplacer et, donc, elles doivent se débrouiller par téléphone (ou par courrier électronique). Elles ne veulent faire intervenir aucun tiers, ni aucun calcul compliqué demandant l'usage d'un ordinateur (ou d'un smartphone ou d'une tablette), et souhaitent absolument que les votes restent confidentiels, comme lors d'un vote à bulletins secrets avec une urne si cela avait été possible.

Comment doivent-elles s'y prendre ? On fera l'hypothèse que les cinq personnes savent, lorsqu'un message leur parvient, qui l'a envoyé (aucun anonymat n'est donc possible dans les communications).

Les personnes ne se voient pas, ne peuvent pas échanger de papiers et les mélanger (ce qu'elles feraient si elles se trouvaient au même endroit). Il semble donc impossible d'organiser ce vote. Le paradoxe est qu'en réalité cela est possible !



## Solution du paradoxe précédent

# Un carré vraiment magique

Tout le monde connaît les carrés magiques ! En voici un.

|                |   |   |      |
|----------------|---|---|------|
| 8              | 1 | 6 | = 15 |
| 3              | 5 | 7 | = 15 |
| 4              | 9 | 2 | = 15 |
| = 15 = 15 = 15 |   |   | ↙ ↘  |

Neuf nombres sont inscrits sur des pions qui sont rangés dans un carré composé de neuf cases. Il y a un pion par case. Les pions forment huit alignements de trois pions : trois alignements horizontaux, trois alignements verticaux et deux alignements en diagonale. Chacun de ces alignements donne un total de 15 :

$$\begin{aligned} 8 + 1 + 6 &= 15 \\ 3 + 5 + 7 &= 15 \\ 4 + 9 + 2 &= 15 \\ 8 + 3 + 4 &= 15 \\ 1 + 5 + 9 &= 15 \\ 6 + 7 + 2 &= 15 \\ 8 + 5 + 2 &= 15 \\ 4 + 5 + 6 &= 15 \end{aligned}$$

Le problème posé est : comment déplacer les pions pour que :

- il y ait toujours un pion dans chacune des neuf cases du tableau ;
- et que les huit alignements obtenus de trois pions donnent cette fois, chacun, un total de 16 ?

Cela semble impossible, car il ne va pas y avoir assez de points sur les pions pour passer de 15 à 16. Aussi paradoxal que cela paraisse, le problème possède une solution !

