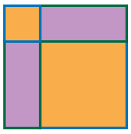
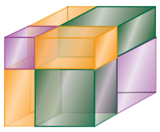
Section problèmes

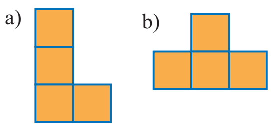
Platon

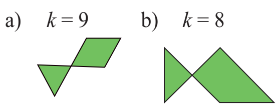




1. Quels sont les rapports que les Pythagoriciens ont pu obtenir à partir du carré donné ci-contre ?
2. Quels sont les rapports que les Pythagoriciens ont pu obtenir à partir du cube donné ci-contre ?

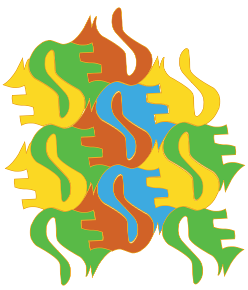
Quand chacune des pièces est semblable au tout

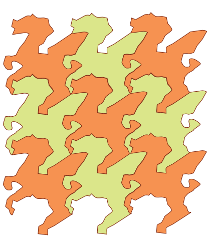




1. Pour les polyminos ci-contre, trouver k, tel que ces polyminos soient des k-autopavés. Utiliser la démarche présentée à la proposition 5 de l'article : *Quand chacune des pièces est semblable au tout*.
2. Voici des pentagones avec croisement. Pour chaque figure, dessiner le découpage qui montre que le pentagone est un k-autopavé pour la valeur de k donnée.

Faites vos propres pavages artistiques !

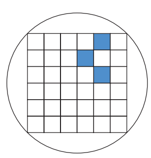




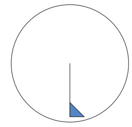
1. Décomposer l'animal dans le pavage ci-contre en six segments qui satisfont au critère de Conway.
2. Un dessin célèbre de M.C. Escher montre un cheval ailé, reproduit plusieurs fois par translations dans le style du dessin ci-contre.
   i) Déterminer quel est le critère mathématique auquel le dessin du cheval doit obéir pour que la tuile puisse paver le plan.
   ii) Repérer les parties du contour du dessin qui correspondent à chacun des segments du critère.

Les mots pour dire les rosaces

1. Partant à chaque fois du carré donné, ombrager le plus petit nombre possible de petits carrés de sorte que la figure obtenue soit
   i) un 2-pied;
   ii) un 4-pied;
   iii) un 1-lobe;
   iv) un 2-lobe;
   v) un 4-lobe.

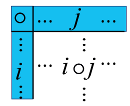


2. Partant à chaque fois du motif donné, ajouter le plus petit nombre possible de traits de sorte que la figure obtenue soit
   i) un 3-pied;
   ii) un 3-lobe;
   iii) un 6-lobe.



3. On s'intéresse ici au groupe de symétrie associé à une rosace donnée : il s'agit de construire la *table de composition* de ce groupe.[1]

   Étant donné deux isométries i et j, on inscrit à l'intersection de la ligne i et de la colonne j de la table leur composée $i \circ j$ (dans cet ordre), définie par l'égalité



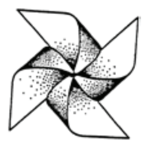
$$(i \circ j)(P) = i(j(P)),$$

   pour tout point P du plan.

   Construire la table de composition de chacun des groupes suivants :

   i) le groupe cyclique $C_4 = \{r_0, r_1, r_2, r_3\}$ associé au virevent;

   Tuyau : 1/2 tour suivi de 3/4 de tour revient à 1/4 de tour.



   ii) le groupe diédre D_2 associé au rectangle (non carré);

   Tuyau : D_2 comprend deux rotations (0 et 1/2 tour) et deux réflexions dans les médiatrices des côtés du rectangle.

   iii) le groupe diédre D_3 associé au triangle équilatéral;

   Tuyau : Ce triangle est fixe par rotation d'angle multiple du tiers de tour et par réflexion dans les médiatrices.

   iv) le groupe diédre D_4 associé au carré.

   Tuyau : Le carré possède quatre angles et quatre axes de symétrie.

---

1. *Aussi appelée* table de Cayley *en l'honneur du mathématicien anglais Arthur Cayley (1821-1895). Une telle table se lit comme les célèbres* tables de Pythagore *(tables d'addition et de multiplication) à la base de l'arithmétique élémentaire.*