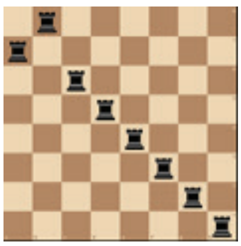
Section problèmes

13	25	7	19	1
17	4	11	23	10
21	8	20	2	14
5	12	23	6	18
9	16	3	15	22



Position de tours reliées à (2, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8)

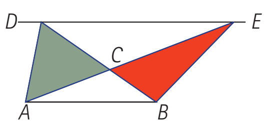
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

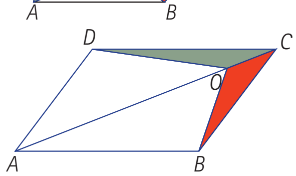
Huit dames et un échiquier

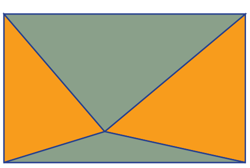
1. Au milieu du dix-huitième siècle, le mathématicien africain Mohammed ben Mohammed étudia en profondeur les carrés magiques, c'est-à-dire des tableaux $n \times n$ remplis des nombres de 1 à n^2 de sorte que la somme des lignes, des diagonales et des colonnes soit toujours égale. Dans un de ses manuscrits, il donna une construction en utilisant la marche du cavalier. Sur son carré 5×5, pouvez-vous trouver le lien avec le problème des 5 dames ?
2. a) Prouver qu'il y a $n!$ permutations de n éléments et donner la correspondance avec le problème des n tours.

   b) Une permutation est donc une solution au problème des n tours. Si on compte plutôt du haut vers le bas pour les rangées, comme pour les matrices, on obtient alors que chaque solution au problème des n tours devient une matrice $n \times n$. Que pouvez-vous dire à propos de ces matrices ?

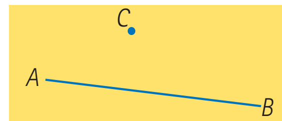
Comparaison d'aires







1. Dans la figure ci-contre, AB et DE sont parallèles. Comparer les aires des deux triangles coloriés.
2. Dans le parallélogramme $ABCD$, on trace la diagonale AC et on prend un point O sur celle-ci. Comparer les aires des deux triangles coloriés.
3. Soit un rectangle et un point quelconque à l'intérieur de celui-ci. En joignant ce point aux quatre sommets du rectangle, on obtient la figure ci-contre. Comparer l'aire coloriée en vert à celle en orange.
4. Abaisser une perpendiculaire à une droite AB à partir d'un point P hors de cette droite.
5. Élever une perpendiculaire à une droite AB à partir d'un point P de cette droite.
6. Construire à la règle et au compas une droite parallèle à la droite AB et passant par le point C hors de cette droite.



7. Quelles propriétés suggère la méthode de construction de la médiatrice d'un segment de droite, si on conserve la même ouverture au compas lorsqu'on détermine les points P et Q ?
8. Étant donné un segment de droite AB et un point X du plan, montrer que X est sur la médiatrice de AB si et seulement si X est équidistant de A et de B.
9. Construire, à la règle et au compas, un triangle dont les spécifications sont données. En déduire le théorème de congruence correspondant.

   a) Triangle quelconque dont les trois côtés sont donnés.

   b) Triangle dont deux côtés et l'angle entre ces deux côtés sont donnés.

   c) Triangle dont un côté et les deux angles adjacents sont donnés.

   d) Triangle rectangle dont un côté de l'angle droit et l'hypoténuse sont donnés.

   e) Triangle rectangle dont les deux côtés de l'angle droit sont donnés.
10. a) Montrer que : *la mesure d'un angle inscrit dans un cercle est égale à la moitié de la mesure de l'arc intercepté.*

    b) En déduire que : *tout triangle inscrit dans un demi-cercle est un triangle rectangle.*
11. Déterminer à la règle et au compas la longueur de la diagonale d'un carré dont le côté est donné sans construire le carré.
12. Établir la relation numérique entre la somme des aires des six lunules et les côtés de l'hexagone régulier de côté r. En tirer une relation entre chaque lunule et le triangle équilatéral correspondant.