

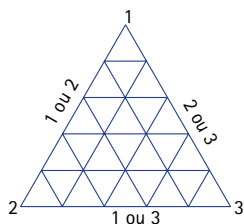
# Section problèmes

## Le partage équitable

1. Maryam et Caucher se partagent un gâteau de la manière suivante : Maryam balaie le gâteau de gauche à droite avec deux couteaux de telle sorte que la valeur de la portion entre les deux couteaux soit pour elle de  $1/2$ . Lorsque Caucher dit « Stop ! », elle coupe le gâteau au niveau des deux couteaux. Elle prend le morceau du milieu et donne les deux autres à Caucher. Montrer que la méthode permet un partage équitable, c'est-à-dire dans lequel chaque personne reçoit une portion ayant valeur  $1/2$  pour elle.

2. Vérifier que la méthode des couteaux mobiles de Stromquist permet un partage sans jalousie de corvées entre trois personnes.

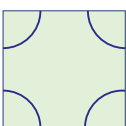
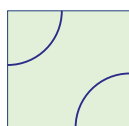
3. On considère un triangle divisé comme sur la figure et dont tous les sommets de petits triangles sont annotés 1, 2 ou 3. Les annotations sur la frontière doivent obéir aux règles de la figure.



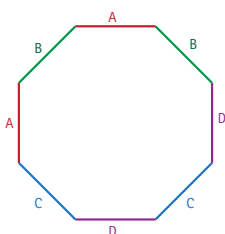
Montrer qu'il existe au moins un petit triangle dont les sommets sont annotés 1, 2 et 3. (Ce problème est un cas particulier du lemme de Sperner, dans lequel on permet toute triangulation du grand triangle et les mêmes hypothèses sur la frontière).

## Mappemonde

1. Écrivez la relation d'équivalence sur le carré  $[-1, 1] \times [-1, 1]$  telle que son espace quotient est le tore.



2. Les courbes ci-contre sont dessinées sur la carte du tore. Dites si elles le séparent en une ou deux régions.



3. Qu'obtient-on en recollant les côté de même nom à partir de l'octogone ci-contre ?

## Modéliser le réchauffement climatique

Le modèle proposé pour le cycle du carbone peut être aisément implémenté sur un tableur, en associant une ligne à chaque année simulée et autant de colonnes que nécessaire pour rendre compte des différentes variables, incluant la valeur des stocks (dans chacun des réservoirs) et des flux (entre les réservoirs).

Faites-en l'exercice pour la période 1990-2100, en construisant votre propre version sur le tableur de votre choix à partir des relations décrites dans l'article ou en complétant le fichier Excel partiellement construit et disponible sur le site de la revue à l'adresse : <https://accromath.uqam.ca/wp-content/uploads/2021/02/CycleCarbone.xlsx>.

a) Vérifiez d'abord que votre modèle prédit les mêmes valeurs pour l'année 2100 que cet [autre simulateur](#) (en  $t = 110 = 2100 - 1990$ ), lorsque les émissions de carbone sont constantes et d'une même valeur (ex.  $E(t) = 6$  Gt/année). Comparez les valeurs et formules des variables, stocks et flux, en cliquant sur les différents éléments du diagramme.

b) Si les émissions sont constantes et égales à 9 Gt/année, pour quelle(s) année(s) observe-t-on la plongée en carbone vers l'océan profond dominer la remontée vers l'océan de surface? Quelle interprétation pourrait-on donner à cette observation?

c) Vérifiez ensuite que pour des émissions de carbone suivant la règle  $E(t) = 6 + 0,14 t$ , où  $t$  est le nombre d'années écoulées depuis 1990, la simulation avec votre modèle produit les mêmes résultats (température globale et concentration en  $CO_2$  dans l'atmosphère) que ceux donnés dans l'article, autant pour l'année 2100 que pour l'année 2020.

d) Pour tester différents scénarios de réduction des émissions, il est possible d'enrichir le modèle d'une variable « plafond » et d'une année à partir de laquelle ce plafond s'appliquerait sur les émissions globales. On peut alors recourir à la fonction conditionnelle  $SI$  de Excel pour définir par morceaux la fonction  $E(t)$ . Selon le modèle enrichi, quelle température globale atteindrait-on en 2100 :

- si après une croissance linéaire des émissions (obéissant à la règle donnée en c), on retournait instantanément à des émissions de 5,7 Gt/année à partir de l'année 2020?

- si la croissance linéaire se poursuivait entre 2020 et 2030, mais que dès 2030, on réduisait à 0 les émissions de carbone liées à la combustion des énergies fossiles?

e) Quel scénario, plus réaliste, pourriez-vous proposer pour limiter à  $1,5^\circ C$  l'augmentation de la température entre 1990 et 2100? À quelle fonction (définie par morceaux ou par récurrence) pourriez-vous associer l'apport annuel en carbone lié aux émissions? Vérifiez la valeur de votre proposition en simulant l'évolution de l'état de la planète après avoir inclus cette nouvelle fonction dans votre modèle.