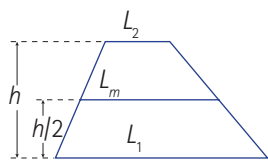
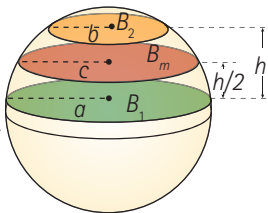


# Section problèmes



## Le triangle de Pascal

1. En allumant la tablette électronique que ses six enfants viennent de lui offrir en cadeau, Jérôme voit apparaître :



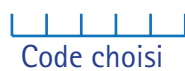
Il décide d'utiliser, selon l'ordre de leur naissance, la première lettre des prénoms de ses enfants et il écrit :



Sa fille aînée Alice lui fait remarquer qu'il doit changer son code régulièrement par mesure de sécurité. Jérôme décide alors de changer l'ordre des lettres à chaque mois. Pendant combien de temps pourra-t-il appliquer cette méthode pour obtenir un code qu'il n'a pas utilisé précédemment ?

2. Pour entrer sur un site, on vous demande de choisir un code d'accès formé de cinq des huit symboles suivants sans qu'un de ces symboles soit répété dans le code. Déterminer le nombre de codes qu'il est possible de former.

@ # \$ % ? & \* ±



3. Exprimer le résultat du numéro précédent à l'aide de la notation factorielle.
4. Supposons que vous devez former un code de  $k$  symboles en choisissant parmi  $n$  symboles distincts sans répétition. Exprimer le nombre de résultats possibles à l'aide de la notation factorielle.



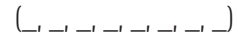
5. Vous devez former un sous-ensemble de cinq symboles de l'ensemble suivant.

{@, #, \$, %, ?, &, \*, ±}

Combien de sous-ensembles pouvez-vous former ?

6. Supposons que vous devez former des sous-ensembles de  $k$  symboles en choisissant parmi  $n$  symboles distincts sans répétition. Exprimer le nombre de résultats possibles à l'aide de la notation factorielle.

7. Considérons la forme d'un octuplet



Combien d'octuplets comportant cinq  $a$  et trois  $b$  peut-on écrire ?

8. Dans le développement de  $(a + b)^8$ , déterminer le coefficient du terme  $a^5b^3$ .
9. Une *épreuve de Bernoulli* est une expérience aléatoire comportant deux résultats : le succès, de probabilité  $p$ , et l'échec, de probabilité  $q = 1 - p$ . En répétant l'épreuve  $n$  fois, la probabilité d'obtenir  $x$  succès est donnée par

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}.$$

Calculer la probabilité d'obtenir 3 fois le 6 en lançant un dé 8 fois de suite.

## La formule magique

1. Retrouvez la formule

$$c^2 = \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2} + \frac{h^2}{4}$$

qui permet de calculer le rayon du cercle médian dans une portion de sphère – voir la figure ci-contre.

2. Trouvez une formule *similaire* à la formule magique pour calculer l'aire d'un trapèze en utilisant  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_m$  et  $h$ , qui sont respectivement les longueurs des deux arêtes parallèles, la longueur médiane parallèle aux deux arêtes et la hauteur du trapèze.

## Les simplexes de Pascal

1. Déterminer le coefficient du terme  $a^3b^2c^2$  dans le développement du trinôme  $(a + b + c)^7$ .
2. Déterminer le coefficient du terme  $a^3b^3c^3$  dans le développement du trinôme  $(a + b + c)^9$ .
3. Montrer que le nombre  $\binom{n}{k_1, k_2, k_3}$  du 3-simplexe de Pascal est égal à la somme des trois nombres « au-dessus » de lui.