Les Vendredis 13

Rubrique des **Paradoxes**

Jean-Paul Delahaye
Université des Sciences
et Technologies de Lille

Certains pensent que le vendredi 13 porte bonheur. On les nomme

triskaidekamaniaques,

d'autres, à l'inverse, considèrent qu'une telle date attire les malheurs, ce sont les

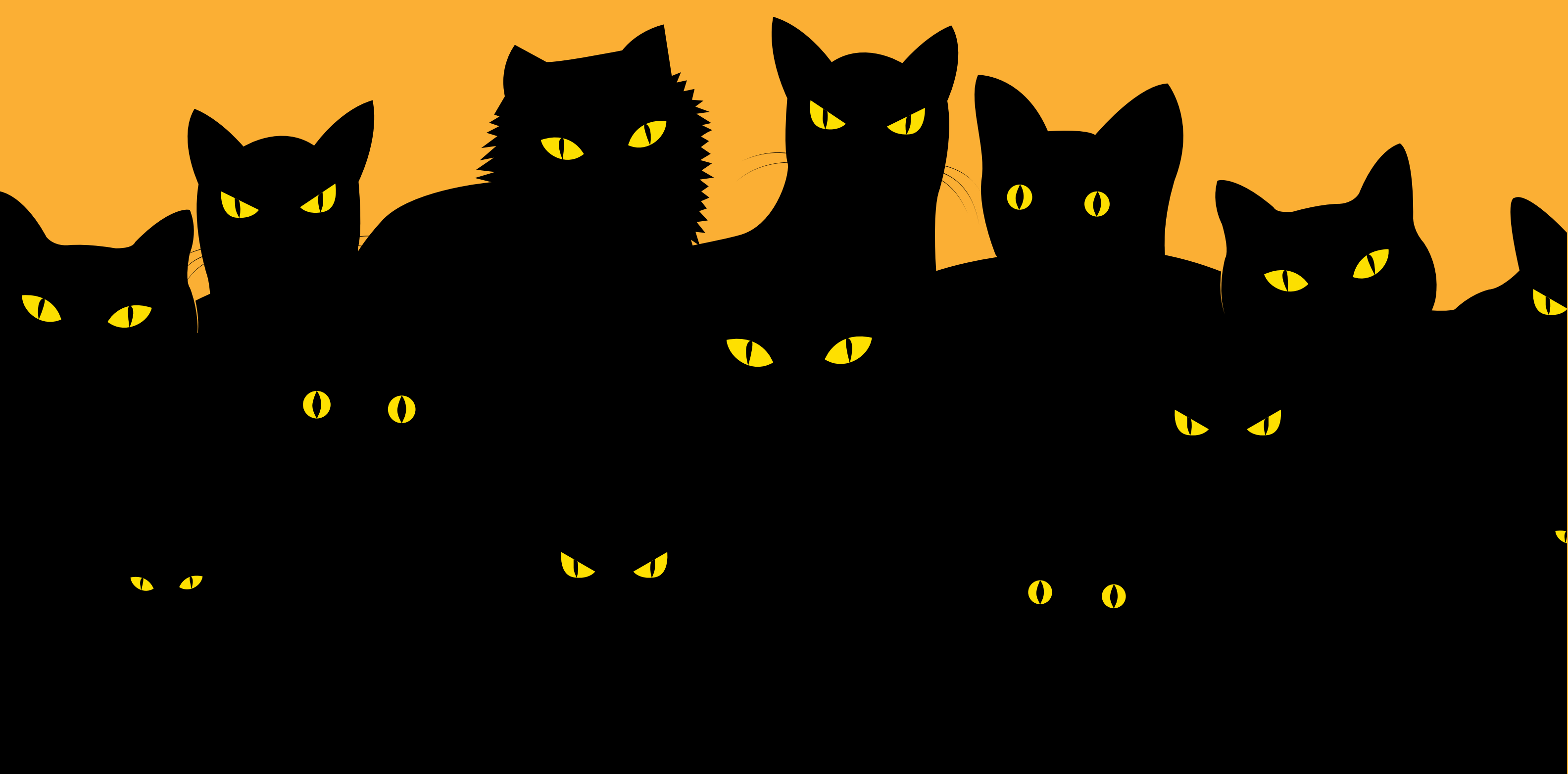
triskaidekaphobes.

La question de la fréquence des vendredis 13 est donc cruciale et doit être étudiée avec soin. Le bon sens élémentaire souffle qu'il n'y a aucune raison pour que le 13 d'un mois soit plus souvent un vendredi qu'un lundi ou que n'importe quel autre jour de la semaine. Une simple règle de 3 nous conduit même à l'affirmation que le 13 d'un mois est un vendredi une fois tous les sept mois en moyenne, et qu'en conséquence leur fréquence par an est de 12/7, c'est-à-dire 1,7142857.

Même si cela vous paraît paradoxal, tout cela est faux ! Il y a plus de vendredi 13 que de lundi 13, de mardi 13, de mercredi 13, de jeudi 13, de samedi 13 et de dimanche 13. Le nombre moyen de vendredi 13 chaque année est précisément : 1,72 et non pas 1,7142857.

Saurez-vous expliquer pourquoi ?

Voici un indice : l'explication est liée au fait – paradoxal lui aussi – que le 6 octobre 1582, aucun enfant ne vit le jour en Espagne, au Portugal et en Italie.



Transmission de pensée

Rappel de l'énoncé

Michel a demandé à trois personnes de prendre une feuille de papier et un crayon. Pierre, Leila et moi avons été volontaires. Chacun a été invité à écrire un nombre de trois chiffres dont le premier et le dernier chiffres diffèrent l'un de l'autre d'au moins deux unités. J'ai choisi le nombre 752. J'ignore quels nombres ont été choisis par Pierre et Leila. Michel nous a demandé d'inverser l'ordre des chiffres et de soustraire le plus petit des deux nombres de trois chiffres du plus grand. J'ai donc fait la soustraction 752 - 257, ce qui m'a donné 495. Pierre et Leila de leur côté ont fait un calcul analogue à partir du nombre que chacun avait choisi. Michel nous a ensuite demandé d'inverser les chiffres du résultat obtenu et d'ajouter cet inverse au résultat précédent. J'ai calculé 495 + 594 = 1089. Pierre et Leila, de leur côté, ont fait l'opération. Michel nous a demandé, à son signal, de lire à voix haute, en même temps, le résultat de notre calcul. Il nous a fait un signe. Pierre, Leila et moi avons tous les trois en même temps lu : mille quatre-vingt-neuf. Comment a-t-il fait pour nous forcer à trouver tous les trois le résultat 1089 ?

La réponse est très simple : quel que soit le nombre de trois chiffres que vous choisissez en respectant les consignes (un écart de deux unités au moins entre le premier chiffre et le dernier), vous trouverez 1089 à l'issue du calcul demandé par Michel. Si vous en doutez, vous pouvez faire un programme d'ordinateur qui vérifiera tous les cas possibles (il y en a moins de mille), mais un petit calcul algébrique est tout aussi rapide. Le nombre choisi est :

$$100a + 10b + c,$$

le nombre inversé

$$100c + 10b + a.$$

Supposons que $a > c$ (le cas où $a < c$ conduit aux mêmes calculs). La soustraction donne :

$$\begin{aligned} R &= 100a + 10b + c - (100c + 10b + a) \\ &= 100\,(a - c) + (c - a) \end{aligned}$$

Par hypothèse, $c - a$ est négatif. Pour avoir le chiffre des unités de R, il faut ajouter 10 à $c - a$ (cela correspond à la prise en compte de la retenue pour les unités dans l'opération de soustraction). La retenue des unités crée une retenue pour les dizaines et le chiffre des dizaines est donc 9. Le report de la retenue des dizaines conduit alors à retirer 1 au chiffre des centaines. Tout cela signifie que R s'écrit sous la forme :

$$R = 100\,(a - c - 1) + 90 + (10 - c + a).$$

On vérifie bien que

$$\begin{aligned} &100\,(a - c - 1) + 90 + (10 - c + a) \\ &= 100\,(a - c) + (c - a). \end{aligned}$$

Nous savons donc que R possède :

- $a - c - 1$ comme chiffre des centaines,
- 9 comme chiffre des dizaines et
- $10 - c + a$ comme chiffre des unités. Si maintenant à R, on ajoute le nombre obtenu en inversant les chiffres de R, on trouve :

$$\begin{aligned} &100\,(a - c - 1) + 90 + (10 - c + a) \\ &+ 100\,(10 - a + c) + 90 + (a - c - 1) \end{aligned}$$

Tout se simplifie et aboutit à :

$$900 + 90 + 90 + 9 = 1089.$$

Michel n'a aucun pouvoir magique, il sait seulement que même si cent personnes font les calculs demandés, tous arriveront ensemble à 1089.