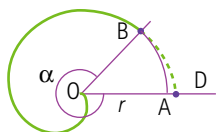
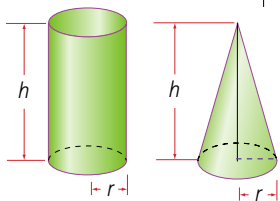


# Section problèmes

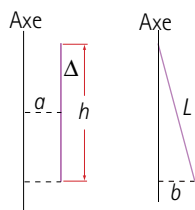
## Indivisibles de Cavalieri Calcul d'aires



- Dans la figure ci-contre, la demi-droite OD, en rotation de sens horaire à une vitesse constante, a décrit un angle  $\alpha$  et le point générateur, en se déplaçant à une vitesse constante, est parvenu en B. Déterminer :
  - la longueur du rayon OB.
  - la longueur  $L$  de l'arc de cercle AB.
  - l'aire de la surface formée par les indivisibles de la spirale.



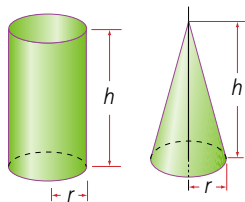
- Par la méthode des indivisibles :
  - déterminer l'aire de la surface latérale d'un cylindre de rayon  $r$  et de hauteur  $h$ .
  - déterminer l'aire de la surface latérale d'un cône de rayon  $r$  et de hauteur  $h$ .



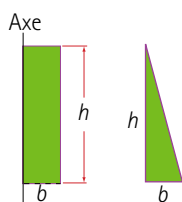
- Par le théorème de Pappus-Guldin, déterminer l'aire de la surface engendrée par la rotation :
  - d'un segment de droite  $\Delta$  autour d'un axe qui lui est parallèle et qui est situé à une distance  $a$  du segment de droite.
  - d'un segment de droite de longueur  $L$  dont l'une des extrémités est sur l'axe de rotation et l'autre extrémité est à une distance  $b$  de cet axe.

Comparer les résultats à ceux obtenus en 2.

## Calcul de volumes



- Par la méthode des indivisibles :
  - déterminer le volume d'un cylindre de rayon  $r$  et de hauteur  $h$ .
  - déterminer le volume d'un cône de rayon  $r$  et de hauteur  $h$ .



- Par le théorème de Pappus-Guldin, déterminer le volume du solide engendré par la rotation :
  - du rectangle illustré autour d'une de ses hauteurs.
  - du triangle rectangle ci-contre autour du côté de longueur  $h$ .

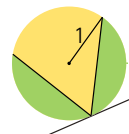
Comparer ces résultats à ceux obtenus en 4.

- En notation moderne, Archimède a démontré que l'aire d'une sphère est  $A = 4\pi r^2$  et son volume  $V = 4\pi r^3/3$ . À l'aide du théorème de Pappus-Guldin, déterminer :

- le centre de gravité de la demi-circonférence de rayon  $r$ .
- le centre de gravité du demi-disque de rayon  $r$ .

## Découper la pizza

Jacques découpe une pizza avec trois traits en choisissant un point sur la circonférence comme point de rencontre des traits.



- En considérant un rayon unitaire, calculer l'aire de la surface contenant le centre (partie jaune).
- Julie choisit la partie contenant le centre ; calculer en pourcentage la part de la pizza qu'elle reçoit.

## Glanures mathématico-littéraires

Étant donné une droite  $m$  située dans un plan, on s'intéresse à la transformation géométrique de réflexion (axiale) dans  $m$ , par laquelle tout point P du plan a pour image le point P' tel que le segment PP' est perpendiculaire à  $m$  et coupé en son milieu par  $m$ . (Cette transformation peut être vue comme représentant, dans le plan, l'effet miroir.)

On s'intéresse ici à l'ensemble de toutes les images obtenues par des réflexions successives dans deux droites données,  $a$  et  $b$ . On considérera à cette fin un objet non symétrique (par exemple la lettre « L ») placé entre les deux « miroirs ».

- Lorsque les deux miroirs sont parallèles, la figure qui en résulte est une frise. Décrire l'ensemble des images alors obtenues.
- Lorsque les deux miroirs sont concourants, on obtient une rosace. Examiner l'effet du choix de l'angle entre les miroirs. Quelles sont les valeurs de cet angle qui mènent à des rosaces particulièrement intéressantes, au regard de la symétrie des images obtenues?