Acheter une voiture au meilleur prix

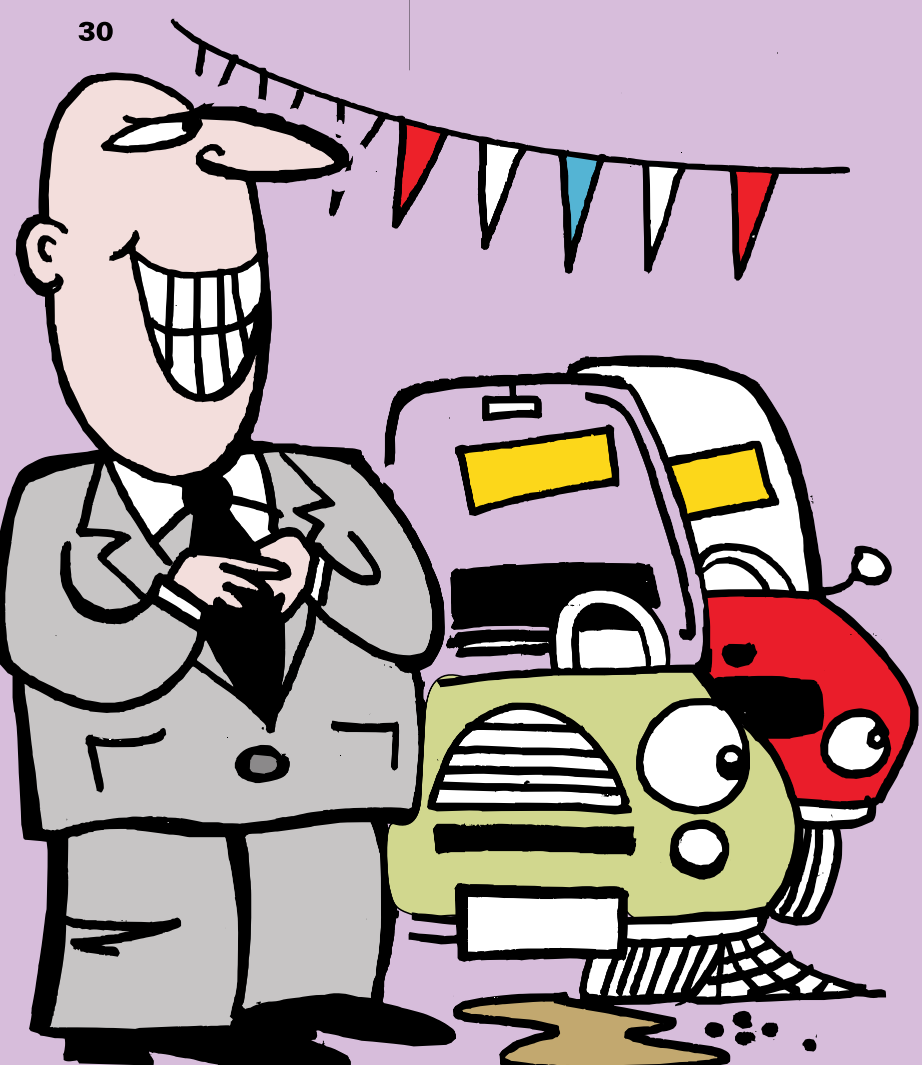
Rubrique des **Paradoxes**

Vol.11, été-automne 2016

Jean-Paul Delahaye
Université des Sciences et Technologies de Lille

Vous devez acheter une voiture dans la matinée et vous allez rencontrer successivement deux vendeurs qui vont chacun vous offrir le même modèle de voiture et vous proposer un prix « à prendre ou à laisser ».

Vous avez rendez-vous avec le premier vendeur à 10 h et, à 10 h 30, vous devrez soit avoir renoncé à acheter sa voiture, soit avoir fait le chèque pour la somme qu'il vous demande.



À 11 h, vous rencontrerez le second vendeur. Si vous avez refusé la première voiture, vous serez donc obligé d'acheter au second vendeur, qui sera peut-être plus cher.

Il vous est impossible de connaître à l'avance les offres de prix P_1 du premier vendeur et P_2 du second vendeur.

Vous vous dites :

« J'ai une chance sur deux de faire le bon choix (acheter la voiture la moins chère). En effet, si (a) j'achète au premier vendeur, il se peut que le second soit moins cher, mais je ne pourrai pas revenir sur ma décision car mon chèque sera fait, et (b), si je refuse d'acheter au premier, il se peut qu'il soit moins cher, ce que je ne saurai que lorsqu'il sera trop tard et que je serai contraint d'acheter au second vendeur. Il y a une chance sur deux pour que le moins cher soit le premier vendeur et une chance sur deux pour que ce soit le second ; j'ai donc une chance sur deux d'acheter la voiture la moins chère, quoi que je fasse. »

Aussi paradoxal que cela puisse paraître, il existe une façon de s'y prendre qui garantit de réussir à acheter au meilleur prix avec une probabilité strictement supérieure à 50 %. Cette méthode ne vous assure pas d'acheter toujours au meilleur prix, mais vous permet de le faire plus d'une fois sur deux.

Quelle est cette méthode ?

Solution du paradoxe précédent

Jetons noirs et jetons blancs

Rappel de l'énoncé

Les pions du jeu d'Othello sont au nombre de 64 et possèdent chacun une face blanche et une face noire. On les étale devant le Grand logicien fou en les disposant de telle sorte que 10 pions montrent leur côté blanc et 54 leur côté noir.

Le Grand logicien fou annonce : « Vous allez me bander les yeux, mélanger les pions (sans en retourner) ; ensuite je manipulerai les pions et j'en ferai deux paquets A et B. Vous pourrez alors constater qu'il y aura le même nombre de pions noirs dans le paquet A et dans le paquet B ».

Cela semble totalement absurde : si les pions sont mélangés, le Grand logicien fou ne peut pas savoir où sont les pions montrant leur côté noir, et donc le partage qu'il prétend faire est impossible. Pourtant, on lui bande les yeux, il manipule les pions et compose deux paquets A et B ayant chacun le même nombre de pions noirs. Comment fait-il ?

La solution

Bravo à Matthieu Calame et Nicole Garnier qui m'ont fait parvenir une solution.

1. Le grand logicien fou prend 10 jetons au hasard parmi les 64 et les place dans le paquet A.
2. Il prend ensuite les 54 jetons restants, les retourne tous et les place dans le paquet B.

A et B ont le même nombre de jetons côté noir. En effet :

- s'il y a 10 jetons noirs dans A, alors A contient 0 blanc, donc B contient 10 blancs et 44 noirs, ce qui, une fois retournés, fait 10 noirs et 44 blancs ;
- s'il y a 9 jetons noirs dans A, alors A contient 1 blanc, donc B contient 9 blancs et 45 noirs, ce qui, une fois retournés, fait 9 noirs et 45 blancs ;
- s'il y a 8 jetons noirs dans A, alors A contient 2 blancs, donc B contient 8 blancs et 46 noirs, ce qui, une fois retournés, fait 8 noirs et 46 blancs ; etc.

(Cas général : s'il y a n jetons noirs dans A($0 \leq n \leq 10$), alors A contient $10-n$ jetons blancs, et donc B contient d'abord $10-(10-n)$ jetons blancs, c'est-à-dire n jetons blancs qui, une fois retournés, donnent n jetons noirs : A et B ont donc chacun n jetons noirs).