

Apollonius de Perge
~262 à ~190

Apollonius de Perge, appelé le « grand géomètre » a eu une influence marquante dans le développement des mathématiques grâce surtout à son ouvrage « **Coniques** » dans lequel il fait l'étude des propriétés géométriques des courbes qui nous sont aujourd'hui familières : la parabole, l'ellipse et l'hyperbole.

L'ouvrage d'Apollonius comportait 8 volumes dont seuls les 4 premiers ont été conservés dans le texte grec. Une version arabe des sept premiers volumes a également été conservée. Les volumes 1 à 4 sont une introduction élémentaire aux propriétés fondamentales des coniques qui étaient connues des autres géomètres grecs. Dans les volumes 5 à 7, il présente une étude plus originale s'intéressant, par exemple, à la normale et à la courbure d'une conique.

L'HYPERBOLE

André Ross
Cégep de Lévis-Lauzon

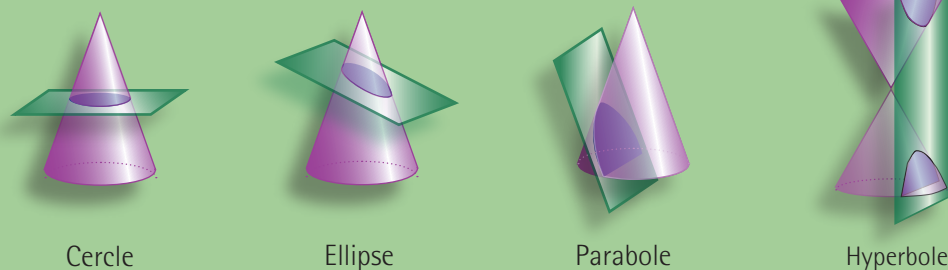


Figure 1 : Les sections coniques d'Apollonius

L'hyperbole fait partie des courbes étudiées par Apollonius de Perge. Ce sont le cercle, l'ellipse, la parabole et l'hyperbole (**figure 1**). On les appelle *sections coniques*, car ce sont toutes des figures obtenues en sectionnant un cône à l'aide d'un plan.

Analytiquement (**figure 2**), l'hyperbole est la figure géométrique formée par les points dont la différence des distances à deux points fixes est constante. Les points fixes sont appelés les *foyers*, la droite passant par les foyers est appelée l'*axe focal* et la droite perpendiculaire à cet axe passant par le centre de l'hyperbole (point milieu entre les sommets) est appelée l'*axe conjugué*.

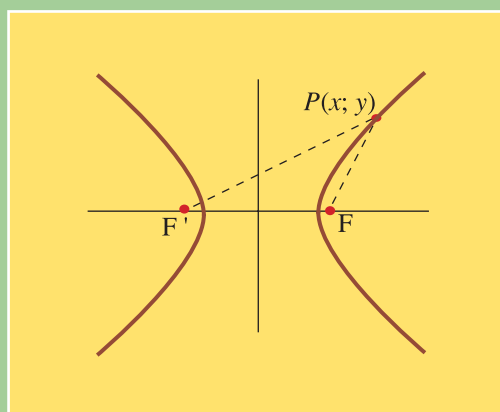


Figure 2 : Propriété analytique de l'hyperbole.

Tracer une hyperbole

On peut tracer une hyperbole à l'aide d'un crayon guidé par une corde fixée à l'un des foyers F et à l'extrémité C d'une règle de longueur arbitraire pivotant autour de l'autre foyer F' . La longueur de la corde doit être égale à $mF'C$ moins la distance entre les sommets A et B (**figure 3**). En conservant la corde tendue et en déplaçant le crayon, la règle pivote autour du foyer F' , la trace laissée par le crayon est une branche d'hyperbole. On trace la seconde branche en conservant la même longueur de corde et en faisant pivoter la règle autour de l'autre foyer.

Utilisations technologiques

L'hyperbole a une propriété optique intéressante, les droites qui joignent un point quelconque de l'hyperbole aux foyers forment des angles égaux avec la tangente en ce point. Par conséquent, si la surface d'un réflecteur est engendrée par la révolution d'une hyperbole autour de son axe conjugué, tous les rayons lumineux convergeant vers un foyer, quelle que soit leur provenance, sont réfléchis à l'autre foyer. Cette propriété est utilisée dans certains télescopes en combinaison avec un réflecteur parabolique.

La surface engendrée par la révolution d'une hyperbole autour de son axe conjugué est un hyperboloïde à une nappe. C'est la forme des colonnes de refroidissement que l'on retrouve dans les centrales nucléaires. La surface engendrée par la révolution d'une hyperbole autour de son axe focal est un hyperboloïde à deux nappes.

La différence de temps pour qu'un signal parvienne à deux récepteurs distincts est proportionnelle à la différence des distances entre ces récepteurs et la source du signal. Cette source est donc sur une branche d'hyperbole dont les récepteurs sont les foyers. En utilisant un troisième récepteur avec l'un des deux premiers, on obtient une deuxième branche d'hyperbole et la source sonore est à l'intersection des deux branches d'hyperboles. C'est la propriété utilisée par Hydro-Québec pour détecter l'endroit où la foudre frappe (voir page 4 de l'article « Où suis-je ? » de Christiane Rousseau).

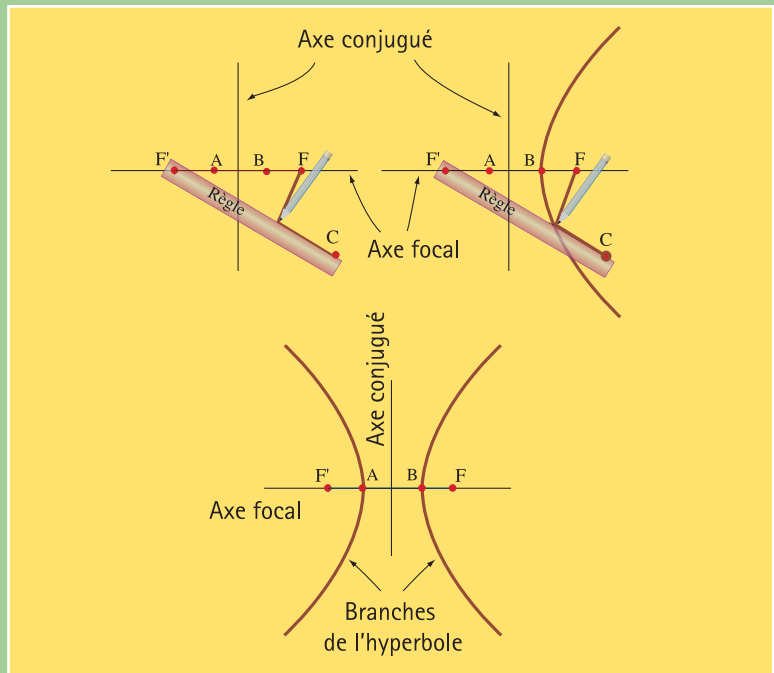


Figure 3 : Tracer une hyperbole avec une règle et une corde.

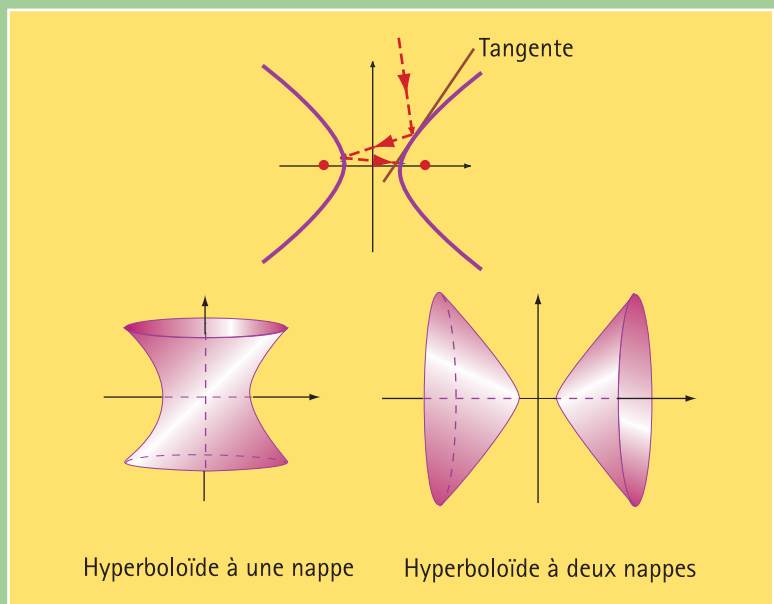


Figure 4 : Hyperboloïdes.

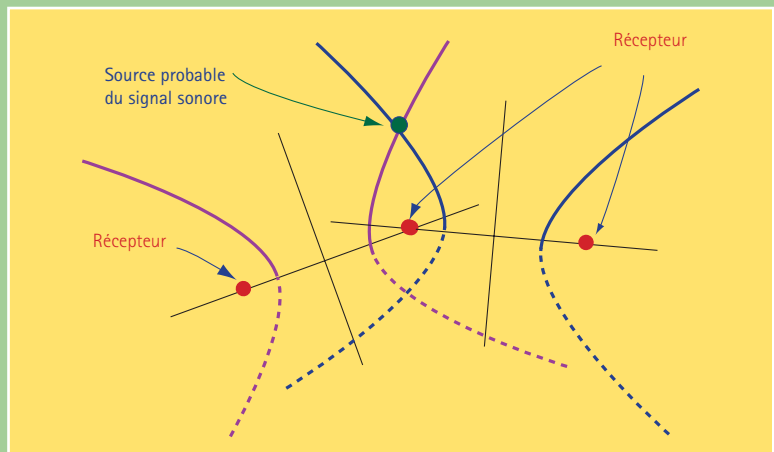


Figure 5 : Localisation de la source d'un signal.