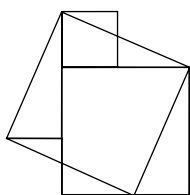
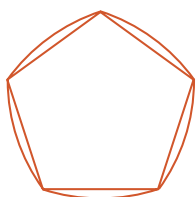
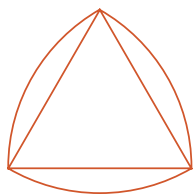


Section problèmes



Triangle de Reuleaux (secondaire)

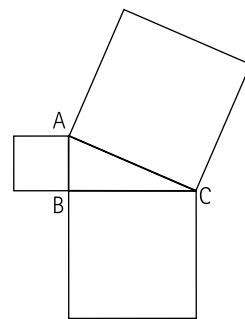
1. Montrer qu'un triangle de Reuleaux de largeur 1 a le même périmètre qu'un cercle de diamètre 1 et qu'un pentagone de Reuleaux de largeur 1.
2. Le cercle, le triangle de Reuleaux et les polygones de Reuleaux sont des cas particuliers de courbes de largeur constante. Il est connu que, parmi les courbes de largeur constante égale à 1, le triangle de Reuleaux est celle qui entoure la plus petite aire, et que le cercle est celle qui entoure la plus grande aire. Cette propriété est difficile à démontrer. Voici deux cas particuliers plus simples :
 - a) Montrer que l'aire du triangle de Reuleaux de largeur 1 est inférieure à celle du cercle de diamètre 1.
 - b) Montrer que l'aire du pentagone de Reuleaux de largeur 1 est comprise entre l'aire du triangle de Reuleaux de largeur 1 et l'aire du cercle de diamètre 1 (plus difficile!).

Sommes pythagoriciennes

1. Étant donné un triangle rectangle de cathètes a et b , la figure ci-contre montre comment on peut, en introduisant le carré sur l'hypoténuse, transformer les carrés d'aires a^2 et b^2 en un carré d'aire $a^2 + b^2$. Analyser cette figure¹ afin d'expliquer comment elle fournit directement une preuve du théorème de Pythagore.

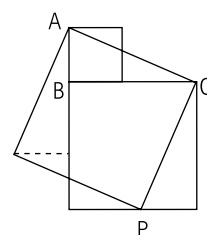
1. Cette figure diffère légèrement de celle d'Ibn Qurra (voir article de Bernard Hodgson). Elle peut s'apercevoir dans celle du Zhoubi suanjing présentée dans le même texte. Elle se retrouve explicitement dans les commentaires donnés par Li Huang au début du XIX^e siècle sur les Neuf chapitres sur les procédures mathématiques (ouvrage classique chinois rédigé à la même époque que le Zhoubi suanjing).

2. On peut aussi obtenir cette même figure à partir de la « configuration habituelle » du théorème de Pythagore, en pliant le long d'un cathète et de l'hypoténuse.



Soit donc la réflexion du carré sur AB dans ce même côté, et analogiquement pour le carré sur l'hypoténuse AC.

- a) Montrer que la réflexion du carré sur l'hypoténuse donne un point P tel que le triangle rectangle d'hypoténuse PC est congruent au triangle initial ABC.
- b) Montrer que le point P appartient au côté du carré sur BC.
- c) En conclure que le carré sur l'hypoténuse AC a comme aire $a^2 + b^2$.



Triplets pythagoriciens

1. En utilisant la forme moderne de la formule de Pythagore pour les triplets, déterminer les triplets pour les valeurs de m de 3 à 11.
2. En utilisant la forme moderne de la formule de Platon pour les triplets, déterminer les triplets pour les valeurs de m de 2 à 11.
3. Donner un triplet pythagoricien obtenu par la formule d'Euclide.