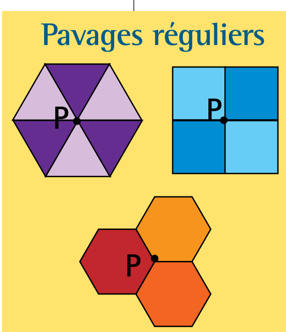
Les pavages sont attirants par l'harmonie qui se dégage du caractère répétitif de motifs de base.

Pavages

André Ross
Cégep de Lévis-Lauzon

Un pavage est un recouvrement du plan sans espace et sans chevauchement. Il y a une infinité de façons d'y parvenir mais les pavages les plus intéressants sont ceux dans lesquels on détecte une règle de construction et des symétries. On peut classifier les pavages selon certains critères.

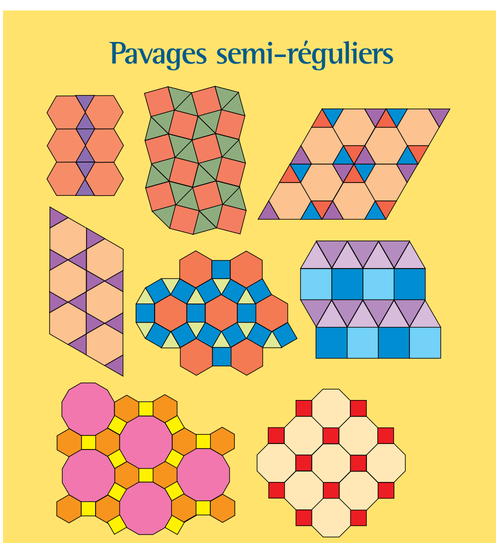
Pavages réguliers



Les pavages réguliers sont ceux formés de polygones réguliers convexes identiques. En assemblant des polygones réguliers convexes en un sommet commun *P*, la somme de leurs angles en ce sommet doit être de 360°. Il n'y a que trois cas de pavages réguliers. En effet, les polygones permettant un recouvrement sans chevauchements ni vide sont les triangles équilatéraux, les carrés et les hexagones.

Pavages semi-réguliers

Les pavages semi-réguliers sont ceux constitués d'au moins deux polygones réguliers convexes, il n'y a que huit cas possibles qui sont illustrés ci-dessous.

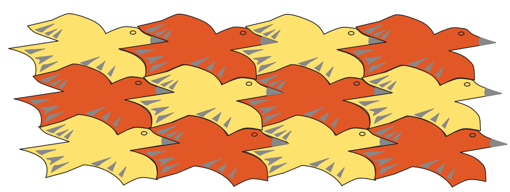


Si on s'accorde plus de liberté, on peut réaliser des pavages qui ne sont pas strictement réguliers ou semi-réguliers comme l'illustrent ceux réalisés par les élèves de 3e du primaire de Magali Ross à l'École Ste-Anne, Montréal. Même si les hexagones, les carrés et les triangles équilatéraux sont très présents, on voit que les élèves ont fait preuve de créativité en jouant avec les formes.

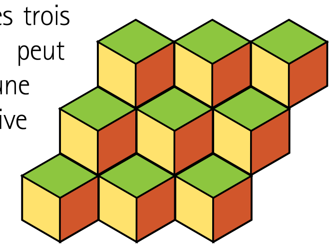
Transformations géométriques

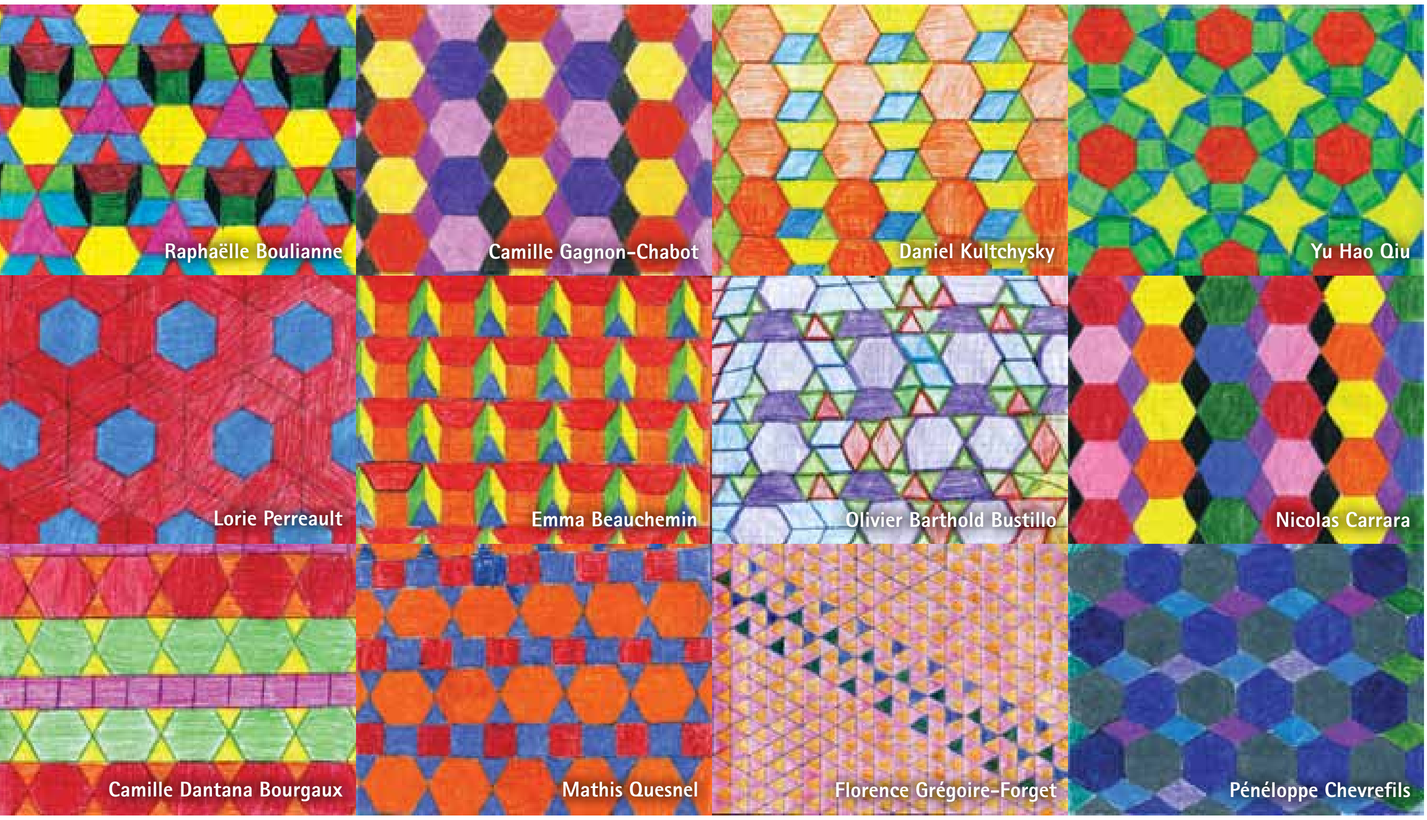
La construction d'un pavage du plan peut faire intervenir trois types de transformations isométriques, car le motif de base ne peut être modifié. Ce sont la *translation*, la *rotation* et la *symétrie*.

Un pavage qui est réalisé en effectuant seulement des translations à partir d'un motif d'une cellule primitive est dit *pavage périodique*. Les rotations constituent le deuxième type de transformation. Les angles de rotation sont nécessairement des diviseurs de 360° supérieurs ou égaux à 60°. Ce sont les angles de 60°, 90°, 120° et 180°.

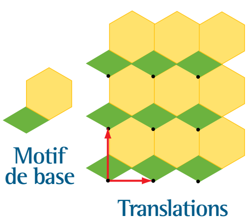


Les symétries miroir et les symétries glissées constituent le troisième type de transformations géométriques que l'on peut utiliser. En utilisant ces trois isométries, on peut constituer une cellule primitive





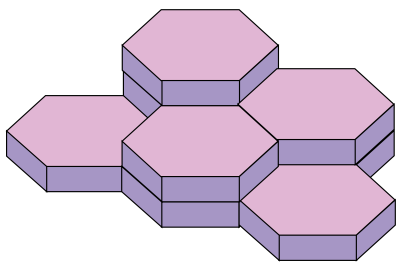
ou un pavé de base avec lequel on peut paver le plan en appliquant seulement deux translations. Les cellules primitives peuvent être des parallélogrammes, des rectangles, des carrés, des losanges ou des hexagones.



Les pavages semi-réguliers offrent plus de diversité dans le choix de la cellule primitive. On peut, par exemple, constituer une cellule primitive avec un hexagone et un losange et reproduire celui-ci par translation.

Et l'espace ?

Comme aiment à nous le rappeler les abeilles, à tout pavage du plan correspond un pavage de l'espace. Pour paver l'espace, il suffit d'associer à un pavage du plan des prismes de Kepler qui empilés pavent l'espace.



Dans ses travaux de cristallographie, le mathématicien russe Fedorov (Evgraf, 1853-1919), a montré qu'il existe seulement cinq pavages de l'espace respectant les contraintes suivantes :

- le pavage n'utilise qu'un seul type de polyèdre;
- le pavage est globalement invariant dans trois translations de directions différentes.

Ces pavages utilisent des parallélépipèdes quelconques (dont le cube), des prismes de Kepler hexagonaux, des octaèdres tronqués, des dodécaèdres rhombiques, des dodécaèdres allongés.

Pavages de l'espace