Les Miroirs ardents

Peut-on croire la légende selon laquelle Archimède aurait enflammé la flotte romaine qui assiégeait Syracuse en utilisant des miroirs ardents?

Christiane Rousseau
Yvan Saint-Aubin
Université de Montréal

Que cette légende soit vraie ou non, il y a des centrales électriques utilisant le soleil comme source d'énergie primaire. Nous y reviendrons ci-dessous. Nous parlerons aussi d'antennes paraboliques, de télescopes, de phares d'automobiles et de radars. Quel est le dénominateur commun ? Dans tous les cas, le principe de fonctionnement s'appuie sur cette remarquable propriété de la parabole **(Figure 2)**:

« Tous les rayons parallèles à l'axe de la parabole et réfléchis sur la parabole passent au foyer de celle-ci. »

Explicitons ce que nous voulons dire :

La rotation de la parabole autour de son axe donne une surface appelée paraboloïde de révolution (**Figure 1**). Lorsque la surface est réfléchissante, on a un miroir ardent (ou miroir parabolique).

En fait, lorsqu'on parlera de rayon réfléchi sur la parabole (ou le miroir parabolique), on entendra plutôt un rayon réfléchi sur le paraboloïde de révolution. Mais, si un rayon est parallèle à l'axe du paraboloïde, il sera réfléchi dans le plan contenant le rayon et cet axe, si bien qu'on peut se limiter à raisonner dans ce plan, dans lequel la trace du paraboloïde est une parabole.

Tout rayon lumineux réfléchi en un point d'un miroir parabolique satisfait la loi de la réflexion : les angles que font le rayon incident et le rayon réfléchi avec la tangente à la parabole sont égaux (**Figure 2**).

La démonstration de ce théorème est donnée dans l'encadré à la fin de l'article. En particulier nous verrons que cette propriété remarquable est une conséquence directe de la définition géométrique de la parabole, à savoir :

La parabole est le lieu géométrique des points du plan à égale distance d'un point *F*, appelé foyer, et d'une droite (Δ), appelée directrice de la parabole. L'axe de la parabole est la droite perpendiculaire à la directrice passant par le foyer (**Figure 3**).

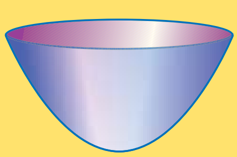


Figure 1

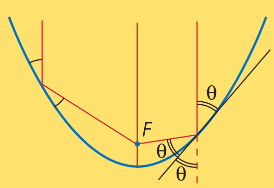


Figure 2

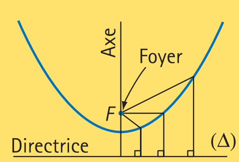


Figure 3

Des applications

Est-ce que cette propriété est vraiment remarquable ? Est-ce qu'elle distingue vraiment la parabole ? Certainement ! Un miroir plan transmet un faisceau de rayons parallèles en un autre faisceau de rayons parallèles et un arc de cercle transforme un faisceau de rayons parallèles en une gerbe qui ne se concentre pas en un foyer bien localisé (**Figure 4**). Il n'est donc pas trop surprenant de retrouver la parabole dans plusieurs applications technologiques.

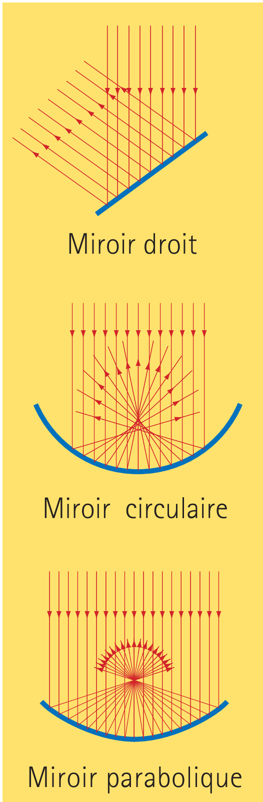


Figure 4 : *La réflexion de rayons parallèles par des miroirs plan, circulaire et parabolique.*

Les antennes paraboliques

Une telle antenne est le plus souvent orientée pour que son axe soit dirigé vers le satellite qui la dessert. Le récepteur est alors situé au foyer de l'antenne.

Figure 5 : *Antenne parabolique à l'entrée de Höfn en Islande (photo Serge Robert).*

Les radars

La forme d'un radar est également parabolique. La différence est que la direction de son axe est variable et que c'est le radar qui envoie des ondes électromagnétiques dans la direction de son axe. Lorsque ces ondes frappent un objet lointain, elles sont réfléchies. Une portion de celles-ci revient au radar (celles qui frappent l'objet perpendiculairement à sa surface). Elles frappent alors la surface du radar et sont toutes réfléchies au foyer, là où se trouve le récepteur. Pour couvrir beaucoup de directions, le radar est constamment en rotation.

Les phares d'auto

Ici, comme dans le radar, l'ampoule située au foyer envoie des rayons, tous ceux envoyés vers l'arrière étant réfléchis en un faisceau parallèle.

Les télescopes

On oriente le télescope de telle sorte que son axe soit dirigé vers la portion du ciel qu'on observe. Ainsi les rayons lumineux sont pratiquement parallèles à l'axe du télescope. La conception des télescopes se bute cependant à un obstacle majeur. L'observateur ne peut se tenir au foyer situé au-dessus du miroir (car alors il obstruerait l'entrée des rayons lumineux) et il faut donc utiliser un miroir secondaire. Il existe deux manières de procéder.

1. Télescope de Newton : on utilise un miroir plan à l'oblique comme sur la **Figure 6**. S'il est suffisamment petit, ce miroir situé juste au-dessus de la cuvette parabolique n'obstruera que partiellement les rayons provenant des étoiles.
2. Télescope de Schmidt-Cassegrain : on utilise un miroir secondaire convexe situé au-dessus du grand miroir appelé miroir primaire. Le miroir secondaire est souvent un miroir hyperbolique. Sa forme est un hyperboloïde de révolution obtenu en faisant tourner une hyperbole autour de son axe. L'un des foyers de l'hyperbole coïncide avec le foyer de la parabole. Pourquoi ? Parce que l'hyperbole a aussi une propriété remarquable : un miroir convexe en forme d'hyperbole reflète un faisceau lumineux convergeant vers un foyer en un faisceau convergeant vers son deuxième foyer où l'oculaire sera situé. (**Figure 7 et encadré**).

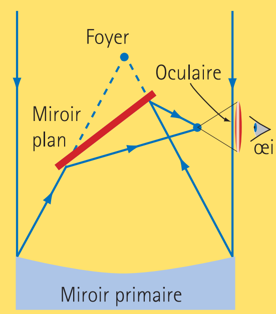


Figure 6

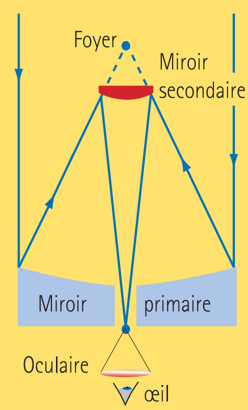
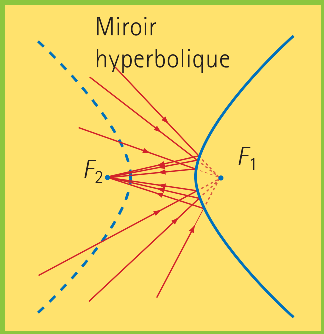


Figure 7

Hyperbole

Tout rayon incident situé à l'extérieur d'une branche d'hyperbole et dirigé vers le foyer situé à l'intérieur de cette branche est réfléchi sur la branche d'hyperbole vers l'autre foyer de l'hyperbole.



Les fours solaires

Voici maintenant une application fort novatrice! Les fours solaires servent à capter l'énergie solaire pour produire de l'électricité. Plusieurs d'entre eux sont construits à Odeillo dans les Pyrénées en France, où se trouve le laboratoire PROMES du CNRS (Laboratoire PROcédés, Matériaux et Energie Solaire du Conseil National de la Recherche Scientifique) sur l'énergie solaire. L'ensoleillement y est exceptionnel. Le plus grand four a une puissance de 1 mégawatt[1]. À titre de comparaison, une éolienne, comme celles que l'on retrouve en Gaspésie, produit environ 600 kilowatts[2] quand le vent atteint 50 km/h. La puissance de la plupart des grands barrages d'Hydro-Québec se situe entre 1000 et 3000 mégawatts; la centrale Robert-Bourassa, du complexe La Grande, produit 5600 mégawatts! Par contre, dans beaucoup de pays, on multiplie les petits barrages : il existe en France environ 250 barrages hydroélectriques dont la puissance varie de quelques dizaines de kilowatts à quelques centaines de mégawatts.

Figure 10 : *le four solaire d'Odeillo (photo Serge Chauvin).*

Même si un mégawatt peut sembler petit, une centrale solaire peut avoir des avantages : l'impact écologique est minuscule, elle est adéquate pour des régions ayant un ensoleillement exceptionnel, mais pas nécessairement beaucoup de vent ni de ressources hydrauliques, ce qui est le cas de plusieurs pays en voie de développement, et elle peut desservir des besoins locaux sans recourir à des lignes de transport sur de grandes distances.

Le four solaire d'Odeillo est constitué d'un grand miroir parabolique d'une surface de 1830 mètres carrés. Son axe est horizontal et son foyer se trouve à 18 mètres du miroir.

Comme on ne peut orienter vers le soleil un si grand miroir, on utilise un ensemble de 63 héliostats mobiles d'une surface totale de 2835 mètres carrés. Un héliostat est simplement un miroir mû par un mécanisme d'horlogerie permettant d'orienter les rayons réfléchis dans une direction fixe, quelle que soit l'heure du jour. Les héliostats sont installés et programmés pour qu'ils redirigent les rayons solaires reçus vers le four solaire, parallèlement à l'axe du four.

Figure 11 : *la batterie d'héliostats disposés en terrasse en face du four solaire (photo Serge Chauvin).*

1. 1 mégawatt vaut un million de watts.
2. 1 kilowatt vaut mille watts.

Tout le rayonnement reçu par le four est réfléchi au foyer où se trouve un récepteur, lequel contient de l'hydrogène qui est chauffé à une grande température. Cette chaleur est transformée en puissance mécanique entraînant une génératrice électrique selon un mécanisme appelé le « cycle Stirling ». L'ensemble du système est appelé module « Parabole-Stirling ». Les recherches visent à optimiser le rendement lors de la transformation de l'énergie. On a déjà observé un rendement brut de 18 %.

Alors, est-ce qu'Archimède a incendié la flotte romaine?

L'application de la parabole suggérée par Archimède (toujours selon la légende) était de construire d'énormes miroirs paraboliques et de pointer leurs axes pour que leurs foyers soient proches de la flotte romaine. L'idée peut sembler farfelue et irréalisable et nous serions tentés de l'attribuer à l'imagination trop fertile des historiens. Les intrépides ingénieurs du Massachusetts Institute of Technology, à Cambridge, dans la banlieue de Boston, ont récemment essayé une expérience de faisabilité[3]. En utilisant plus d'une centaine de miroirs d'un pied carré (~0.1m^2), ils réussirent, après quelques tentatives, à enflammer une maquette d'un bateau de 10 pieds de long (~3m) située à environ 100 pieds (~30m) des miroirs organisés le long d'une parabole. Cette expérience a été critiquée à cause des différences entre les distances utilisées dans l'expérience et celles auxquelles aurait fait face Archimède. Malgré ces critiques, l'expérience montre que l'idée n'est pas aussi saugrenue qu'on aurait pu penser.

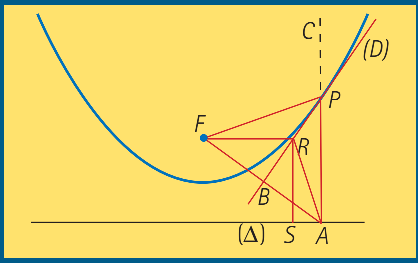
Bien sûr, Archimède ne pouvait pas aller à la quincaillerie du coin acheter une centaine de miroirs ! Aurait-il pu utiliser plusieurs boucliers bien polis les uns à côté des autres ? On en doute, mais on ne peut exclure cette hypothèse.

3. http://web.mit.edu/2.009/www/lectures/10_ArchimedesResult.html

Preuve du théorème

On note la longueur d'un segment AB par $|AB|$.

On commence par réduire le problème en raisonnant avec la figure suivante.



On considère une parabole de foyer F et de directrice (Δ). Soit P un point de la parabole, et soit A sa projection sur (Δ). Par la définition géométrique de la parabole, on sait que $|FP| = |PA|$. Soit B le milieu du segment FA et soit (D), la droite passant par P et B. Comme le triangle FPA est isocèle, on sait qu'on a l'égalité des angles $FPB = APB$. Or, regardons le prolongement PC de PA, qui est le rayon incident. L'angle que fait PC avec la droite (D), c'est-à-dire l'angle entre le rayon incident et la droite (D), est égal à l'angle APB (angles opposés par le sommet), lequel est égal à l'angle FPB. Donc, si la droite (D) se comportait comme un miroir et si PC était le rayon incident, alors PF serait le rayon réfléchi. On aura donc prouvé le théorème si on montre que la droite (D) est tangente à la parabole en P.

La droite D est tangente à la parabole

Il nous faut maintenant prouver que la droite (D) définie ci-dessus est tangente à la parabole en P. Nous montrerons pour cela que tous les points de (D), sauf P, sont situés sous la parabole.

La propriété géométrique définissant la parabole peut être reformulée ainsi : soit R, un point quelconque du plan et S, sa projection orthogonale sur la droite directrice (S est donc le point sur (Δ) tel que l'angle RSA soit droit). Alors on a :

$$(*)\quad \begin{cases} |FR| < |SR| & \text{si } R \text{ est au-dessus de la parabole} \\ |FR| = |SR| & \text{si } R \text{ est sur la parabole} \\ |FR| > |SR| & \text{si } R \text{ est sous la parabole} \end{cases}$$

Soit R un point quelconque de (D) différent de P, et soit S sa projection sur (Δ). Les triangles FPR et APR sont congruents car ils ont un angle congruent entre deux côtés congruents. Donc $|FR| = |AR|$. D'autre part, puisque AR est l'hypoténuse du triangle RSA, on a $|SR| < |AR|$. Donc $|SR| < |FR|$, ce qui implique par (*) que R est sous la parabole.